

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 131****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

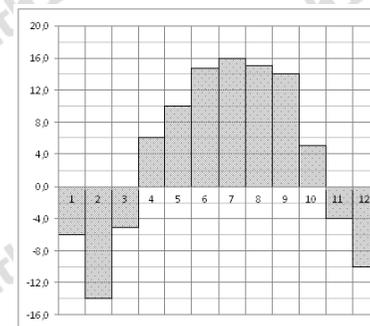
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

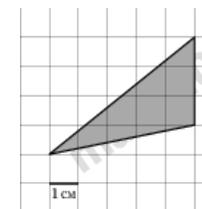
Часть 1

1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1994 году.



3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

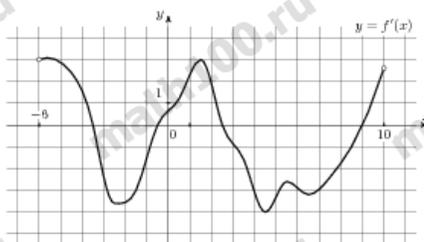


4. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

5. Решите уравнение $\log_4(3+x) = \log_4(4x-15)$.

6. Один из углов прямоугольного треугольника равен 29° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.

Часть 2

9. Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $4\sin^2 \alpha + 9\cos^2 \alpha = 6$.

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой

им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где

$R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах

11. Расстояние между городами A и B равно 150 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнав автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A , автомобиль прибыл в B . Найдите расстояние от A до C . Ответ дайте в километрах.

12. Найдите точку максимума функции $y = 1,5x^2 - 27x + 54 \ln x + 4$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. На ребре BC взята точка M , причём $BM : CM = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через центры граней $A_1B_1C_1$ и BB_1C_1C параллельно ребру AC , проходит через точку M .

б) Пусть K — середина ребра A_1C_1 , N — центр грани BB_1C_1C . Найдите угол между прямыми B_1K и MN , если $AC = 18\sqrt{3}$, $AA_1 = \sqrt{13}$.

15. Решите неравенство:

$$3\log_{11}(x^2 + 8x - 9) \leq 4 + \log_{11} \frac{(x-1)^3}{x+9}.$$

16. На отрезке BD взята точка C . Биссектриса BL равнобедренного треугольника ABC с основанием BC является боковой стороной равнобедренного треугольника BLD с основанием BD .

а) Докажите, что треугольник DCL равнобедренный.

б) Известно, что $\cos \angle ABC = 1/3$. В каком отношении прямая DL делит сторону AB ?

17. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \ln \frac{3x + 4y + a}{20} = 0, \\ (x^2 + y^2 + 6x)(x^2 + y^2 - 12x) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?

б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 123.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 131

1	105	13	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$	
2	7		а) $\pi k; k \in \mathbb{Z};$	
3	7,5		б) $2\pi; 3\pi; \frac{7\pi}{4}.$	
4	0,07	14	$\arccos \frac{9}{11}.$	
5	6	15	$[-20; -9) \cup (1; 2].$	
6	16	16	9 : 16.	
7	3	17	84 млн. руб.	
8	1	18	$(-28; -6].$	
9	1,5	19	а) да;	
10	1,25		б) 41;	
11	90		в) 3; 6.	
12	3			