

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

10 февраля 2021 года

Вариант МА2010311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!***Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

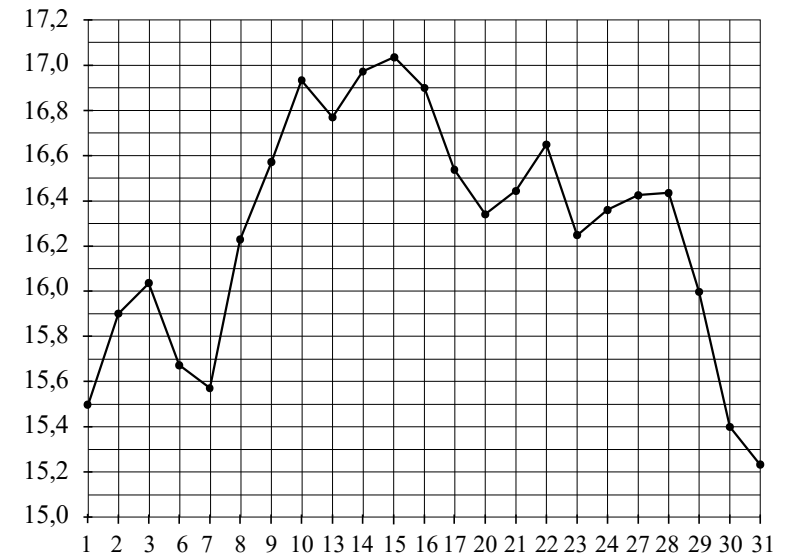
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 На счету Юлиного мобильного телефона было 75 рублей, а после разговора с Костей осталось 20 рублей. Сколько минут длился разговор с Костей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

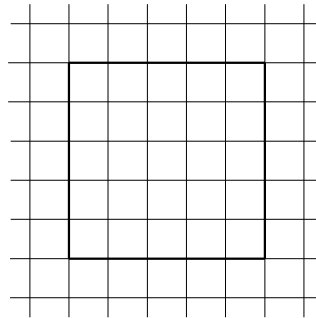
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой была цена серебра 30 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: _____.

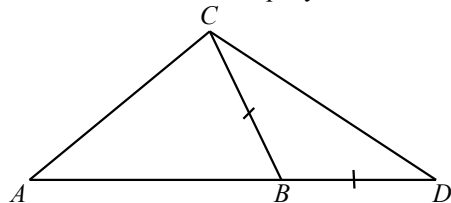
- 4 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $2^{16+10x} = 64^{3x}$.

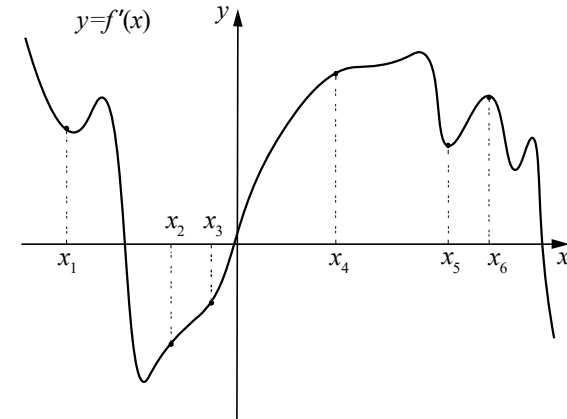
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол A равен 38° , угол C равен 26° . На продолжении стороны AB за точку B отложен отрезок BD , равный стороне BC . Найдите угол D треугольника BCD . Ответ дайте в градусах.



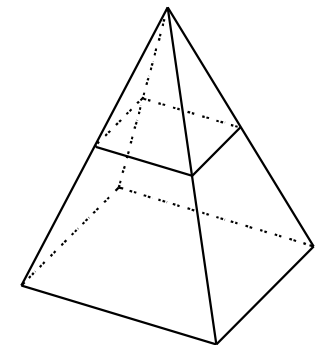
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 110. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____.

Часть 2

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{7\sqrt{3}}}{b^{18}}$$

9 Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{3}})^{7\sqrt{3}}}{b^{18}}$ при $b = 9$.

Ответ: _____.

10 Плоский замкнутый контур площадью $S = 1,2 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 10^{-3} \text{ Тл/с}$ — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $6 \cdot 10^{-4} \text{ В}$?

Ответ: _____.

11 Смешав 76-процентный и 78-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 76-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = 5^{x^2 - 26x + 176}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \sin 2x - \cos x = \sqrt{3} \sin x$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Высота пирамиды проходит через точку B . Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.
 а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC .
 б) Найдите угол между прямыми BD и MN , если $BD = 6\sqrt{2}$, $AC = 16$.

15 Решите неравенство $5^{\frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9}} \leq 1$.

16 В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$. На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.
 а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.
 б) Найдите площадь данного пятиугольника.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left(x^2 - 5 + \ln(x - a)\right)^2 = \left(x^2 - 5\right)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$.**19**

Для любого натурального числа n ($n \geq 1$) обозначим через $O(n)$ количество нечётных цифр в десятичной записи этого числа. Например, $O(123) = 2$, а $O(2048) = 0$.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $O(4 \cdot n) = O(n) + 2$?б) Существует ли такое натуральное число n , что $O(5^n + 2^{n+1} - 2) > n$?в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $O(11 \cdot n) = O(n) + 2$?

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2010309-2010312 (профильный уровень) от
10.02.2021

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010309	9	4	2	0,44	10,5	64	3	80	576	90	3	- 5
2010310	28	1	1,5	0,29	1,5	58	4	48	1225	30	6	- 6
2010311	22	15,4	2,5	0,99	2	58	4	3025	729	60	10	13
2010312	24	9,5	1,5	0,98	1	41	5	1764	8	60	20	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 13** а) Решите уравнение $2\sin 2x - \cos x = \sqrt{3}\sin x$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде

$$2\sin 2x - 2\left(\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) = 0;$$

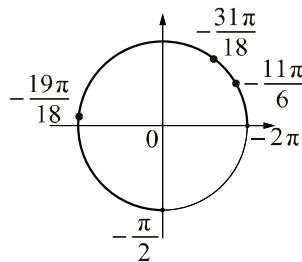
$$\sin 2x - \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0;$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = 0.$$

Таким образом, $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = 0$ или $\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = 0$, следовательно,

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \text{ или } x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

б) Отберём корни, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$, с помощью единичной окружности.



Получаем $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{31\pi}{18}; -\frac{19\pi}{18}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, \quad n, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{31\pi}{18}; -\frac{19\pi}{18}$.

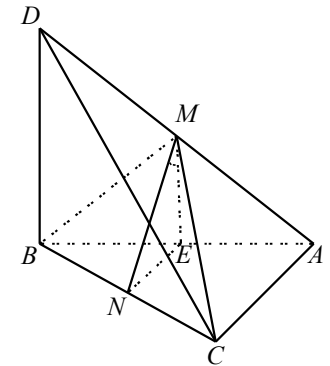
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> . ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 14** Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Высота пирамиды проходит через точку B . Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.
 а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC .
 б) Найдите угол между прямыми BD и MN , если $BD = 6\sqrt{2}$, $AC = 16$.

Решение.

а) По теореме о трёх перпендикулярах отрезок DC перпендикулярен отрезку AC . Медиана CM прямоугольного треугольника DCA равна половине гипотенузы DA . Медиана BM прямоугольного треугольника ADB также равна половине гипотенузы DA . Значит, треугольник BCM равнобедренный с основанием BC . Поэтому медиана MN треугольника BCM является биссектрисой.

б) Пусть ME — перпендикуляр, опущенный из точки M на ребро AB . Тогда ME — средняя линия прямоугольного треугольника ABD , значит, $ME = 3\sqrt{2}$ и отрезок ME параллелен отрезку DB . Так как DB — перпендикулярен к плоскости основания пирамиды, отрезок ME также является перпендикуляром к этой плоскости. Точки E и N — середины сторон AB и BC треугольника ABC , значит, NE — средняя линия треугольника ABC . Поэтому $NE = \frac{1}{2}AC = 8$. Поскольку отрезок ME параллелен отрезку DB , угол между скрещивающимися прямыми DB и MN равен углу между пересекающимися прямыми ME и MN , то есть углу EMN .



Из треугольника MNE находим, что

$$\operatorname{tg} \angle EMN = \frac{EN}{ME} = \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Следовательно, $\angle EMN = \operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Ответ: б) $\operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	2
Верно доказан пункт a . ИЛИ Верно решён пункт b при отсутствии обоснований в пункте a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15

Решите неравенство $5 \frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} \leq 1$.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде $5 \frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} \leq 5^0$; $\frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} \leq 0$.

Случай 1:

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 6x + 9} \leq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ \frac{(x-2)(x-5)}{(x-3)^2} \leq 0, \end{cases} \text{ следовательно, } 2 \leq x < 3; 3 < x \leq 5.$$

Случай 2:

$$\begin{cases} x \leq 0, \\ \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 6x + 9} \leq 0; \end{cases} \begin{cases} x \leq 0, \\ \frac{(x+2)(x+5)}{(x-3)^2} \leq 0, \end{cases} \text{ следовательно, } -5 \leq x \leq -2.$$

Получаем $-5 \leq x \leq -2$; $2 \leq x < 3$; $3 < x \leq 5$.

Ответ: $-5 \leq x \leq -2$; $2 \leq x < 3$; $3 < x \leq 5$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$. На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.

а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.

б) Найдите площадь данного пятиугольника.

Решение.

а) Заметим, что окружность, вписанная в пятиугольник, о котором говорится в условии задачи, — это окружность, вписанная в треугольник ABC .

Пусть вписанная окружность равнобедренного треугольника ABC касается боковой стороны AB в точке D и основания BC в точке E . Тогда AE — высота, медиана и биссектриса треугольника ABC ,

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 36} = 8.$$

Пусть O — центр этой окружности, r — её радиус, S — площадь треугольника ABC , p — его полупериметр. Тогда

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE}{\frac{1}{2}(AB + BC + AC)} = 3.$$

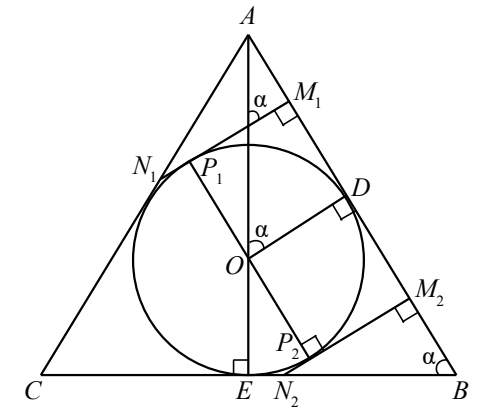
Пусть $CN_1M_1M_2N_2$ — данный пятиугольник, а P_1 и P_2 — точки касания окружности со сторонами M_1N_1 и M_2N_2 соответственно (см. рисунок). Тогда четырёхугольники P_1M_1DO и M_2P_2OD — это квадраты стороны которых, равны радиусу окружности r .

Из треугольника AOD находим, что

$$AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = \sqrt{(AE - OE)^2 - OD^2} = \sqrt{(8 - 3)^2 - 3^2} = 4.$$

Тогда получаем, что

$$AM_1 = AD - M_1D = 4 - 3 = 1; \quad BM_2 = AB - AD - DM_2 = 10 - 4 - 3 = 3.$$



Значит, $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.

б) Обозначим $\angle ABC = \alpha$. Тогда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{AE}{BE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

Из треугольника N_2M_2B получаем, что $N_2M_2 = BM_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$,

Значит, $S_{\Delta N_2M_2B} = \frac{1}{2} N_2M_2 \cdot M_2B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$.

Из треугольника ABC находим, что $\angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$.

Тогда $\operatorname{tg} \angle BAC = \operatorname{tg}(180^\circ - 2\alpha) = -\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{\frac{16}{9} - 1} = \frac{24}{7}$.

Из треугольника N_1M_1A получаем, что $N_1M_1 = AM_1 \cdot \operatorname{tg} \angle BAC = 1 \cdot \frac{24}{7} = \frac{24}{7}$.

Значит, $S_{\Delta N_1M_1A} = \frac{1}{2} N_1M_1 \cdot M_1A = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{24}{7} = \frac{12}{7}$.

Следовательно, $S_{CN_1M_1M_2N_2} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta N_2M_2B} - S_{\Delta N_1M_1A} = 48 - 6 - \frac{12}{7} = 40\frac{2}{7}$.

Ответ: б) $40\frac{2}{7}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> . ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 10 %, т. е. увеличивается в 1,1 раза. Поэтому через три года сумма на вкладе «А» будет равна

$$1,1^3 \cdot S = 1,331 \cdot S.$$

Аналогично сумма на вкладе «Б» будет равна

$$1,07 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S,$$

где n — некоторое натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,07 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 \cdot S > 1,331 \cdot S,$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1331}{1070} = 1,24\dots$$

При $n = 12$ неравенство

$$1,12^2 > 1,24\dots; \quad 1,2544 > 1,24\dots$$

верно, а при $n = 11$ неравенство

$$1,11^2 > 1,24\dots; \quad 1,2321 > 1,24\dots$$

неверно, как и при всех меньших n .

Ответ: 12.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 - 5 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 5)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$.

Решение.

Уравнение $(x^2 - 5 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 5)^2 + \ln^2(x - a)$ равносильно уравнению $(x^2 - 5)\ln(x - a) = 0$. Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда один из них равен нулю, а второй имеет смысл. Уравнение $x^2 - 5 = 0$ имеет единственное решение $x = \sqrt{5}$ на отрезке $[0; 3]$. Выражение $\ln(\sqrt{5} - a)$ имеет смысл при $a < \sqrt{5}$. Уравнение $\ln(x - a) = 0$ имеет единственное решение $x = a + 1$ на отрезке $[0; 3]$ при $a \in [-1; 2]$. Выражение $x^2 - 5$ имеет смысл при всех значениях x . Решения $x = \sqrt{5}$ и $x = a + 1$ уравнения $(x^2 - 5)\ln(x - a) = 0$ совпадают при $a = \sqrt{5} - 1$.

Таким образом, поскольку $\sqrt{5} - 1 < 2 < \sqrt{5}$, при $a \geq \sqrt{5}$ исходное уравнение не имеет решений на заданном отрезке, при $a < \sqrt{5}$ имеет решение $x = \sqrt{5}$, при $-1 \leq a \leq 2$ имеет решение $x = a + 1$, и при $a = \sqrt{5} - 1$ эти два решения совпадают. Следовательно, исходное уравнение имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$ при тех a , меньших $\sqrt{5}$, которые не лежат на отрезке $[-1; 2]$, а также при $a = \sqrt{5} - 1$, то есть при $a < -1$; $a = \sqrt{5} - 1$ и $2 < a < \sqrt{5}$.

Ответ: $a < -1$; $a = \sqrt{5} - 1$; $2 < a < \sqrt{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но ответ содержит лишнее значение -1 , 2 или $\sqrt{5}$	3
С помощью верного рассуждения получены все значения a , кроме $a = \sqrt{5} - 1$	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения корней уравнения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

19 Для любого натурального числа n ($n \geq 1$) обозначим через $O(n)$ количество нечётных цифр в десятичной записи этого числа. Например, $O(123) = 2$, а $O(2048) = 0$.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $O(4 \cdot n) = O(n) + 2$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $O(5^n + 2^{n+1} - 2) > n$?

в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $O(11 \cdot n) = O(n) + 2$?

Решение.

а) Да. Например, при $n = 44$ имеем

$$O(4 \cdot n) = O(176) = 2 = O(44) + 2 = O(n) + 2.$$

б) Для любого натурального n имеем $5^n + 2^{n+1} - 2 < 10^n$, так как $10^n - 5^n - 2 \cdot 2^n + 2 = (5^n - 2)(2^n - 1) > 0$. Значит, в числе $5^n + 2^{n+1} - 2$ не более n цифр. Следовательно, $O(5^n + 2^{n+1} - 2) \leq n$ и искомого значения n не существует.

в) Если $1 \leq n \leq 9$, то $O(11 \cdot n) = 2 \cdot O(n) < O(n) + 2$. Если $10 \leq n \leq 19$ и n чётно, то $O(n) = 1$, а число $11 \cdot n$ чётное и трёхзначное. Отсюда получаем, что в этом случае $O(n) + 2 = 3 > O(11 \cdot n)$. Если $10 \leq n \leq 19$ и n нечётно, то $O(n) = 2$, а число $11 \cdot n$ трёхзначное. Отсюда получаем, что в этом случае $O(n) + 2 = 4 > 3 \geq O(11 \cdot n)$.

Если $20 \leq n \leq 27$ и n чётно, то все цифры чисел n и $11 \cdot n$ также чётные. Отсюда получаем, что в этом случае $O(n) + 2 = 2 > 0 = O(11 \cdot n)$. Если $20 \leq n \leq 27$ и n нечётно, то $200 < 11 \cdot n < 300$. Отсюда получаем, что в этом случае первая цифра трёхзначного числа $11 \cdot n$ равна 2 и $O(n) + 2 = 3 > O(11 \cdot n)$.

При $n = 28$ имеем $O(11 \cdot n) = O(308) = 1 < 2 = O(28) + 2 = O(n) + 2$. При $n = 29$ имеем $O(11 \cdot n) = O(319) = 3 = O(29) + 2 = O(n) + 2$. Значит, искомое наименьшее значение n равно 29 .

Ответ: а) да; б) нет; в) 29 .

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте v ; – пример в пункте v , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4