Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
16 марта 2021 года
Вариант МА2010409
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

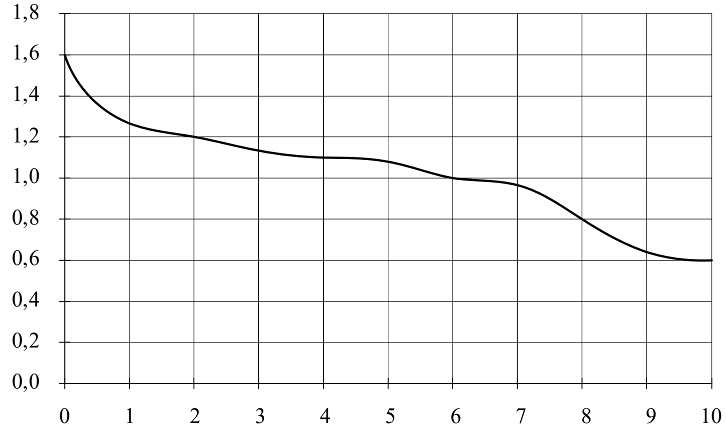
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Среди 45 000 жителей города 30 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 85 % смотрели по телевизору финал чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

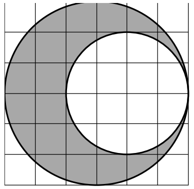
Ответ: ___________________________.

2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,2 вольта до 1 вольта.



Ответ: ___________________________.

3 На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 4. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: ___________________________.

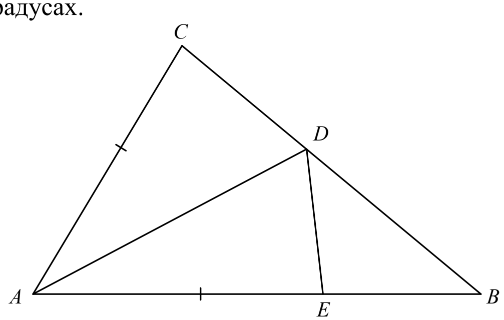
4 При изготовлении подшипников диаметром 72 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,97. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 71,99 мм или больше чем 72,01 мм.

Ответ: ___________________________.

5 Найдите корень уравнения $\log_3(8+7x)=\log_3(3+x)+1$.

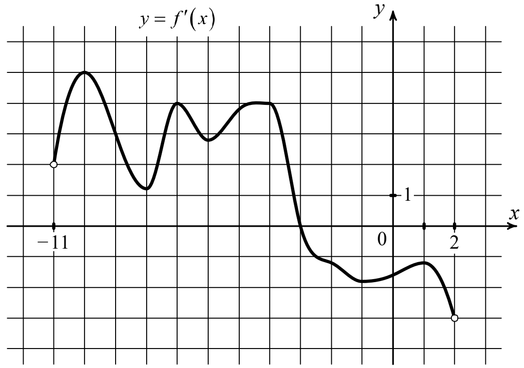
Ответ: ___________________________.

6 В треугольнике ABC угол B равен $45°$, угол C равен $52°$, AD — биссектриса, E — такая точка на AB, что $AE=AC$. Найдите угол BDE. Ответ дайте в градусах.



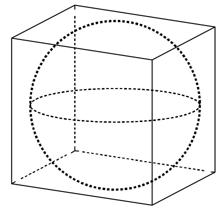
Ответ: ___________________________.

7 На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11;2)$. В какой точке отрезка $[-9;1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: ___________________________.

8 Шар, объём которого равен 28π, вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ: ___________________________.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{g(x-1)}{g(x-4)}$, если $g(x)=9^x$.

Ответ: ___________________________.

10 Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера M (в $\text{Н}\cdot\text{м}$) определяется формулой $M=NIBl^2\sin\alpha$, где $I=4\,\text{А}$ — сила тока в рамке, $B=3\cdot10^{-3}$ Тл — индукция магнитного поля, $l=0{,}3$ м — размер рамки, $N=2500$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращение, если для этого нужно, чтобы момент M был не меньше 1,35 $\text{Н}\cdot\text{м}$?

Ответ: ___________________________.

11 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 16 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого?

Ответ: ___________________________.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=18\sqrt{3}\sin x-9\sqrt{3}x+3\sqrt{3}\pi+10$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2^{4\sin^2 x+1}+2^{4\cos^2 x}=18$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ боковое ребро SA равно 12, а сторона основания AB равна 6. В боковых гранях SAB и SAD провели биссектрисы AL и AM соответственно.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью ALM делит ребро SC пополам.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ALM.

15 Решите неравенство

$$\log_2\left((x-1)\left(10+3x-x^2\right)\right)+\log_2\frac{7-x}{10+3x-x^2}\le-2+\log_2(9x).$$

16 На окружности с диаметром MN, равным 34, взята точка K на расстоянии 15 от этого диаметра. Хорда KE пересекает диаметр MN в точке F под углом, равным $\arccos\frac{4}{5}$.

а) Докажите, что $KF:FE=125:29$.

б) Найдите площадь треугольника KEN.

17 В начале года Алексей приобрёл ценные бумаги на сумму 9 тыс. рублей. В середине каждого года стоимость ценных бумаг возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать ценные бумаги и положить вырученные деньги на банковский счёт. В середине каждого года сумма на счёте будет увеличиваться на 9 %. В начале какого года после покупки Алексей должен продать ценные бумаги, чтобы через двадцать лет после покупки ценных бумаг сумма на банковском счёте была наибольшей?

18 Найдите все значения a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{11a-\left(a^2-7a+17\right)\sin x+9}{3\cos^2 x+a^2+2}<3$$

содержит отрезок $\left[0;\frac{3\pi}{4}\right]$.

19 На доске разрешается написать n таких ненулевых целых чисел $a_1, a_2, ..., a_n$, для которых при каждом натуральном числе $k=2, ..., n-1$ выполнено равенство $a_k = a_{k-1} + a_{k+1}$.

а) Можно ли при $n=4$ написать на доске такие числа, чтобы также выполнялось равенство $a_1 = a_4$?

б) Можно ли при $n=100$ написать на доске такие числа, сумма которых равна 2021?

в) При $n=10$ на доске написаны такие числа, сумма которых равна 11. Какое наименьшее значение может принимать сумма их квадратов?

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2010409-2010412 (профильный уровень) от 16.03.2021

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010409	26775	4	5	0,03	0,25	7	- 3	168	729	30	48	37
2010410	26600	6	3	0,02	0	31	2	264	4	30	35	43
2010411	2065,5	6	2	0,08	2	29	6	315	17	2,5	15	0
2010412	1827	3	3	0,05	11	37	2	104	35	3,5	8	0